



# Osnove računarstva II

Rješavanje problema u simboličkom obliku; Alati za simbolička izračunavanja; wxMaxima

# Rješavanje problema u simboličkom obliku

- MATLAB je softverski paket za složena numerička izračunavanja i daje numerički rezultat. Osnovni objekat je matrica, koja može biti cjelobrojna, realna ili matrica kompleksnih brojeva.
- wxMaxima (Maple) je korisnički program namijenjen za napredne matematičke proračune, koji uključuju algebru, diskretnu matematiku, numerička i **simbolička** izračunavanja, grafički prikaz rezultata itd.
- Sasvim su uobičajeni izraz i odgovori:

$$ax + b = 5$$

$$x = \frac{5 - b}{a}$$

# wxMaxima

- Web strane sa instalacijom i dodatnim materijalom:  
<http://maxima.sourceforge.net>,  
<http://andrejv.github.io/wxmaxima>
- wxMaxima je interpreter. Naredbe izvršava jednu za drugom i sadrži veliki broj ugrađenih funkcija i operacija, grupisanih po odgovarajućim oblastima.
- Komandni prompt --> se pojavljuje kada počnemo sa kucanjem.
- Izvršavanje naredbi se vrši njihovim ukucavanjem u komandnoj liniji i pritiskom na taster Shift+Enter.
- Ovo se može izmijeniti čekiranjem opcije *Enter evaluates cells* u meniju *Edit/Configure*

# wxMaxima – sintaksa osnovno

- Case sensitive - razlikuje mala i velika slova.
- Naredbe se završavaju tačka-zarezom (;).
- Naredbe se mogu završavati i dolarom (\$), sa tom razlikom da se u ovom slučaju rezultat ne ispisuje, iako se naredba izvrši.
- Nakon izvršavanja, ulazna i izlazna polja se obilježavaju sa **(%inn)** i **(%onn)** gdje je *nn* redni broj ulaznog, odnosno izlaznog podatka.
- Promjenljive nije potrebno deklarirati.
- Operator dodjele **:** kreira promjenljivu, koja se nalazi na lijevoj strani tog operatora, i toj promjenljivoj dodjeljuje vrijednost koja se nalazi sa desne strane operatora.

```
[ (%i1) d:2;  
  (%o1) 2
```

# Sintaksa osnovno

- Osnovne aritmetičke operacije  $+$   $-$   $/$   $*$   $^$ . Kvadratni korijen - `sqrt(x)`. Ugrađene konstante: `%pi`, `%i`, `%eps`, `inf`
- Mogu se definisati korisničke funkcije pomoću `:=`

```
(%i4) f(x) := 2*x^2+3;
```

```
(%o4) f(x) := 2 x2+3
```

```
(%i5) f(2);
```

```
(%o5) 11
```

- Numerička vrijednost se dobija korišćenjem funkcije `float()`:

```
> (%i10) float(sqrt(15));float(2^1500);
```

```
- (%o10) 3.872983346207417
```

```
Maxima encountered a Lisp error:
```

```
Too large to be represented as a DOUBLE-FLOAT:
```

```
35074662110434038747627587960280857993524015880330828824075798024790963850563322203657
```

```
Automatically continuing.
```

```
To enable the Lisp debugger set *debugger-hook* to nil.
```

```
> (%i8) bfloat(2^1500);
```

```
- (%o8) 3.507466211043404b451
```

# Manipulacija izrazima

- ! izračunava faktorijel

15!

1307674368000

- `factor()` - vrši faktorizovanje argumenta (polinom/cijeli broj)

`factor(%);`

$2^{11}3^65^37^211$

- % kao argument uzima rezultat posljednjeg izračunatog izraza.
- Argument f-je `factor()` može biti racionalan broj. U tom slučaju funkcija vrši faktorizovanje i imenioca i brojioca, uz eventualno skraćivanje istih prostih činioca

`factor(220/320);`

$11/2^4$

# Manipulacija izrazima

- Argument može biti i polinom

```
factor(x^4+3*x^3-6*x^2-8*x);  
(x-2)x(x+1)(x+4)
```

- Funkcija `expand(izraz)` razvija izraz koji joj se prosleđuje kao argument u obliku sume proizvoda:

```
p: expand((x+1)*(x+2)^3);  
x^4+7x^3+18x^2+20x+8
```

- Izdvajanje koeficijenta polinoma `coeff(polinom,x^3)`

```
coeff(p,x^2)  
18
```

- Uvođenje smjene:

```
subst(x=t+2,(x^2+1)/(x-1));  
((t+2)^2+1)/(t+1)
```

# Maxima - uprošćavanje izraza

- Trigonometrijski izrazi:

`trigexpand(trig_izraz)`

`trigsimp(trig_izraz)`

`trigexpand(cos(x+y)+cos(x-y));`

`2cos(x)cos(y)`

`trigsimp(tan(x)+cos(x));`

$$\frac{\sin(x) + \cos(x)^2}{\cos(x)}$$

- Izdvajanje imenioca racionalnog izraza `denom(izraz)`
- Izdvajanje brojioca racionalnog izraza `num(izraz)`



# Rješavanje jednačina

- Jednačine sa jednom nepoznatom

`solve(x^3-2*x+1=0,x);`

`solve(x^2+2*x-3*a=0,x);`

`solve(p*x+q,x);`

- Sistemi jednačina:

`solve([x+y=2, a*x-1=y],[x,y]);`

`solve([x+y=3, x^2-y=3],[x,y]);`

# Izračunavanje graničnih vrijednosti i suma

- Funkcija limit, `limit(f,x,a)`,

`f(x):= x/(1+x^2);`

`limit(f(x),x,inf);`

`limit((sin(x)-x)^5/x^15,x,0);`

- `sum(izraz,argument)`, koja izračunava vrijednost sume čiji je opšti član definisan izrazom izraz, dok je argument promjenljiva po kojoj se vrši sumiranje.

`sum((1+n)/(1+n^2), n,1,10);`

2745615458/846523925

`float(%)`

3.243399716080086

# Sume i proizvodi, diferencijali

$$\sum_{k=0}^{10} 2^k \longrightarrow \text{sum}(2^k, k, 0, 10);$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \text{sum}(1/n^2, n, 1, \text{inf});$$

`sum(1/n^2, n, 1, inf), simpsum;`

- `product(izraz, argument),`

$$\prod_{i=1}^5 \frac{i^2}{i^2+1} \longrightarrow \text{product}(i^2/(i^2+1), i, 1, 5);$$

- `diff(funkcija, x1, x2, ..., xn),`

`diff(sin(x), x);`

`diff(sin(x), x, 2);`

# Integral

- `integrate(funkcija,argument)` traži integral funkcije funkcija po argumentu argument.

$$\int x - \sin x \, dx \longrightarrow \text{integrate}(x-\sin(x),x);$$

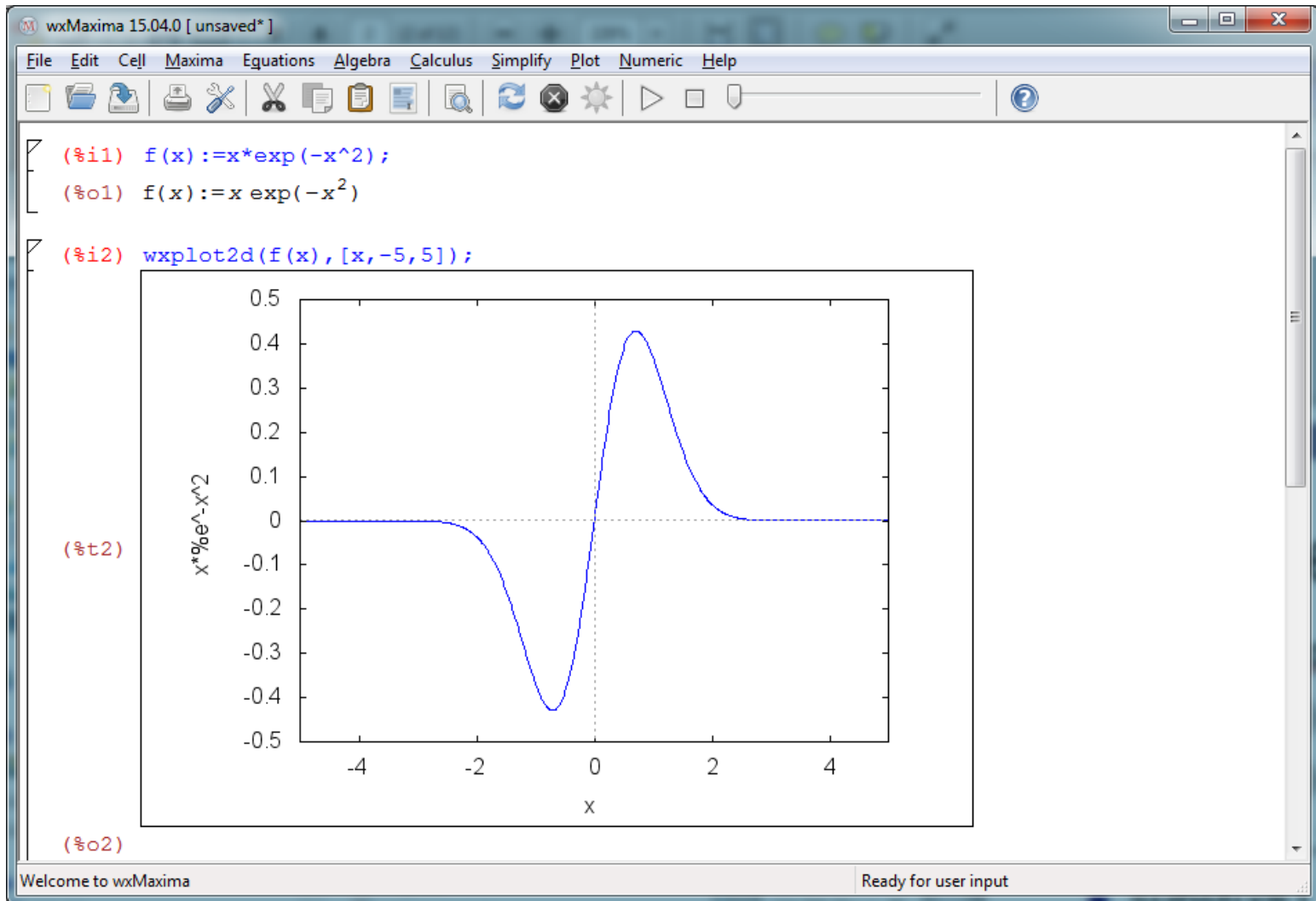
$$\int_0^{\pi} \sin x \, dx \longrightarrow \text{integrate}(\sin(x),x,0,\%pi);$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} \, dx \longrightarrow \text{integrate}(\exp(-x^2),x,0,\text{inf});$$

# Crtanje grafika funkcije

- `plot2d(f(x),[x,-10,10], [xlabel,"x"],[ylabel,"f(x)"])`
- `wxplot2d(f(x),[x,-10,10], [xlabel,"x"],[ylabel,"f(x)"])`
- **Primjer:** Definisati funkciju,  $f(x) = xe^{-x^2}$  nacrtati njen grafik u intervalu nezavisno promjenljive  $x \in [-5,5]$ , odrediti prvi i drugi izvod funkcije, pronaći nule drugog izvoda (prevojne tačke), kao i vrijednost drugog izvoda za  $x=1$ . Nakon toga odrediti integral funkcije u granicama od 0 do 1.

# Rješenje



wxMaxima 15.04.0 [unsaved\*]

File Edit Cell Maxima Equations Algebra Calculus Simplify Plot Numeric Help

(%i2) d1:diff(f(x),x);  
(%o2)  $e^{-x^2} - 2x^2 e^{-x^2}$

(%i3) d2:diff(d1,x);  
(%o3)  $4x^3 e^{-x^2} - 6x e^{-x^2}$

(%i4) subst(x=1,d2);  
(%o4)  $-2 e^{-1}$

(%i5) solve(d2=0,x);  
(%o5)  $[x = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, x = 0]$

(%i6) float(%);  
(%o6)  $[x = -1.224744871391589, x = 1.224744871391589, x = 0.0]$

(%i7) solve(d1=0,x);  
(%o7)  $[x = -\frac{1}{\sqrt{2}}, x = \frac{1}{\sqrt{2}}]$

(%i8) integrate(f(x),x,0,1);  
(%o8)  $\frac{1}{2} - \frac{e^{-1}}{2}$

(%i9) float(%);  
(%o9) 0.3160602794142788

Welcome to wxMaxima Ready for user input

# Rješenje

- `f(x):=x*exp(-x^2);`
- `plot2d(f(x),[x,-5,5]);`
- `d1:diff(f(x),x);`
- `d2:diff(d1,x);` ili `d2:diff(f(x),x,2);`
- `subst(x=1,d2);`
- `solve(d2=0,x);`
- `solve(d1=0,x);`
- `integrate(f(x),x,0,1);`
- `float(%);`